PdN-BioS 2/64

Online-Ergänzung zum Artikel

Reifer Honig oder nicht? Das ist hier die Frage!

Zwei einfache Methoden zur Bestimmung des Wassergehalts von Bienenhonig

B. Weyers, B. Höhne, I. Heil, J. Bohrmann

Arbeitsmaterial 2

Hilfen zur Berechnung von Mittelwert, Varianz und Standardabweichung

Mittelwert: Wiederholte Messungen ergeben meist ähnliche Werte, die mehr oder weniger eng um einen mittleren Wert liegen. Zur Berechnung des Mittelwerts $\bar{x}$, der auch arithmetisches Mittel genannt wird, addiert man alle Einzelwerte x_1, x_2, …, x_n einer Messreihe und dividiert die Summe Σx anschließend durch die Anzahl aller gemessenen Werte n:

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x}{n}$$

Varianz: Die Varianz s^2 ist ein Maß dafür, wie stark die einzelnen Messwerte vom Mittelwert abweichen, wie weit also die Einzelwerte um den Mittelwert streuen. Wenn es stärkere Abweichungen vom Mittelwert, sogenannte „Ausreißer", gibt, ist die Varianz höher als wenn die einzelnen Messwerte sehr ähnlich sind.
Die Varianz s^2 ergibt sich, indem man zunächst die Differenz zwischen den Einzelwerten und dem Mittelwert bildet, also die Abweichungen vom Mittelwert berechnet, und diese anschließend quadriert (durch das Quadrieren fallen größere Abweichungen vom Mittelwert stärker ins Gewicht). Schließlich dividiert man die Summe der Quadrate durch deren Anzahl minus eins (der Ausdruck „n - 1" im Nenner heißt „Freiheitsgrad", weil nach der Berechnung von $\bar{x}$ von den n Einzelwerten nur noch n – 1 frei wählbar sind):

$$s^2 = \frac{\Sigma (x - \bar{x})^2}{n - 1}$$

Auch hier bildet man das arithmetische Mittel, nur nicht aus den Messwerten x, sondern aus den Quadraten der Abweichungen dieser Messwerte vom Mittelwert. Daher nennt man die Varianz s^2 auch „mittlere quadratische Abweichung".

Standardabweichung: Die Wurzel aus der Varianz s^2 wird als Standardabweichung s bezeichnet. Auch sie ist ein Maß für die Streuung der Messwerte:

$$s = \sqrt{s^2}$$

Die Wurzel wird deshalb gezogen, weil eventuell vorhandene Maßeinheiten der Messwerte bei der Berechnung von s^2 ebenfalls quadriert werden; indem man die Wurzel zieht, ist die Dimension der Maßeinheiten die gleiche wie bei den Messwerten.

Kasten 1: Mittelwert, Varianz und Standardabweichung

Gemessene Einzelwerte:
x_1 = 15,8 %; x_2 = 18,2 %; x_3 = 18,4 %; x_4 = 17,9 %; x_5 = 21,75 %; x_6 = 24,3 %

Berechnung des Mittelwerts $\bar{x}$:
(15,8 % + 18,2 % + 18,4 % + 17,9 % + 21,75 % + 24,3 %) : 6 = 19,39 %

Berechnung der Varianz s^2:
[(15,8 % - 19,39 %)² + (18,2 % - 19,39 %)² + (18,4 % - 19,39 %)² + (17,9 % - 19,39 %)² + (21,75 % - 19,39 %)²+ (24,3 % - 19,39 %)²] : (6 – 1) = (12,8881 %² + 1,4161 %² + 0,9801 %² + 2,2201 %² + 5,5696 %² + 24,1081 %²) : 5 = 47,1821 %² : 5 = 9,43642 %²

Berechnung der Standardabweichung s:
$\sqrt{9{,}43642\ \%^2} \approx 3{,}1\ \%$

Kasten 2: Beispielrechnungen zu Mittelwert, Varianz und Standardabweichung anhand von sechs Messwerten (z.B. Honigprobe 1, Aräometer-Methode).